关于通过LU分解求解Ax=b的精度分析

王乐平 2023.08.16

定义向量范数：

诱导出矩阵范数：

显然有：

性质1，对可逆矩阵：

则有：

性质2：

即

由(3)易得：

定义矩阵条件数：

设有矩阵分解：

则：

即：

对于方程：

由(1)，得：

设右端项存在扰动，并由此带来解的误差，即

则有：

由(2)得：

由(5)(6)可得：

即：

(7)式给出了由右端项相对误差所带来的解的相对误差的上限

现考虑对进行分解后的求解：

由(7)可得：

则有：

小结：

1. 由(4)，通过控制和的条件数，就能控制（即）的条件数
2. 由(8)，通过控制和的条件数，就能控制通过LU分解求解的精度

不足：

未考虑矩阵自身扰动带来的影响

关于如何构造一个条件数较小的矩阵

王乐平 2023.08.17

不妨采用1-范数，即

设矩阵的第列为,则：

即：

设A有如下性质：

其中：

则：

结合(9)，得：



即：

则：

由(10)(11)可得：